

# BALANCES DE MATERIA PARA EL PROCESO DE CRISTALIZACIÓN DE AZÚCAR

## MATTER BALANCES FOR THE PROCESS OF SUGAR CRYSTALLIZATION

GARCÍA ENRÍQUEZ F. A.

### RESUMEN

La cristalización de sacarosa consiste en la formación de cristales de sacarosa a partir del licor madre disponible. Esta operación se inicia en los tachos de cocimiento, y consta de dos etapas; una de difusión y otra de reacción superficial. Es entonces que, a partir del inicio de estos fenómenos, aplicando balances de materia apropiados, se establece la masa de cristales formados, así como del licor madre, contenidos en la masa cocida. Para la determinación de la masa de cristales formados inicialmente se plantea un balance global de masa y, posteriormente balances por componentes de brix, sacarosa y color. La adecuada aplicación de los balances de materia ayudará a realizar un seguimiento más cercano al proceso de cristalización y permitirá al mismo tiempo conocer el estado del cocimiento, además del agotamiento en sus respectivos cristalizadores.

### PALABRAS CLAVE

Materiales reciclados de capa base,  
Polimero ECO-TECH ROAD

### ABSTRACT

Crystallization of sucrose consists of the formation of sucrose crystals from the available mother liquor. This operation starts in the cooking bowls, and consists of two stages; one of diffusion and another of superficial reaction. It is then that from the beginning of these phenomena, applying appropriate material balances, the mass of formed crystals is established, as well as of the mother liquor, contained in the cooked dough. For the determination of the mass of initially formed crystals, a global mass balance is proposed and, subsequently, balances by brix, sucrose and color components. The proper application of the material balances will help to monitor the crystallization process closer and at the same time allow to know the cooking status, in addition to the depletion in their respective crystallizers.

### KEYWORDS

Crystallization, sucrose, growth rate,  
matter balances

# INTRODUCCIÓN

## FUNDAMENTOS DE LA CRISTALIZACIÓN

**E**l objetivo final de toda industria azucarera es la obtención de cristales de sacarosa de tamaño lo más uniforme posible y con alto grado de pureza.

Todo proceso de cristalización tiene tres etapas diferentes, siendo las siguientes:

- I. GRANEACIÓN O NUCLEACIÓN
- II. CRECIMIENTO DE LOS CRISTALES
- III. CONCENTRACIÓN FINAL DEL COCIMIENTO PARA OBTENER EL RENDIMIENTO MÁS ELEVADO DE AZÚCAR CRISTALIZADO POR 100 PARTES DE AZÚCAR EN LA MATERIA PRIMA.

El proceso de cristalización azucarera busca obtener cristales individuales de tamaño uniforme (tamaño y formas regulares). Todas las desviaciones de la uniformidad deben calificarse como indeseables y bajo cualquier condición debe evitarse la presencia de conglomerados porque con ello se hace imposible la obtención de un azúcar de elevado grado de pureza por quedar parte del licor madre "atrapado" dentro de estos conglomerados que no puede ser eliminado por centrifugación o lavado.

La tendencia en la cristalización del azúcar es que la graneación o nucleación se realice por la introducción de una determinada cantidad de azúcar pulverizado extremadamente fino, suspendido en un líquido orgánico en el cual la sacarosa es insoluble.

Debe tenerse presente que los objetivos de la cristalización son:

Transformación del azúcar en solución a un estado cristalino, que en la centrifugación produzca un alto rendimiento de azúcar como producto comercial.

Lograr la mayor transformación posible de la sacarosa disuelta a cristales u que el licor madre quede lo más agotada posible.

El proceso de cristalización se inicia en un evaporador simple de modelo especial conocido simplemente como "tacho de cocimiento".

## CRISTALOGRAFÍA DE LA SACAROSA

La cristalización es una separación física para la producción de una gran variedad de materiales, y puede ser definida como un cambio de fase en el que se obtiene un producto cristalino a partir de una solución.

Los cristales son sólidos en los que los átomos son dispuestos bajo un patrón de repetición periódica que se extiende en tres dimensiones. Si se piensa en los cristales en un sentido puramente geométrico, es posible afirmar que un cristal es una red o enrejado de puntos. En este sentido, un enrejado de puntos es un conjunto de puntos dispuestos de manera que cada punto tiene un entorno idéntico. Además, es posible caracterizar una red de puntos en términos de tres dimensiones espaciales: a, b, y c, y tres ángulos:

$\alpha$ ,  $\beta$ , y  $\gamma$ . Las longitudes y ángulos mencionados se conocen como parámetros de red (Myerson, 2002, p. 33).

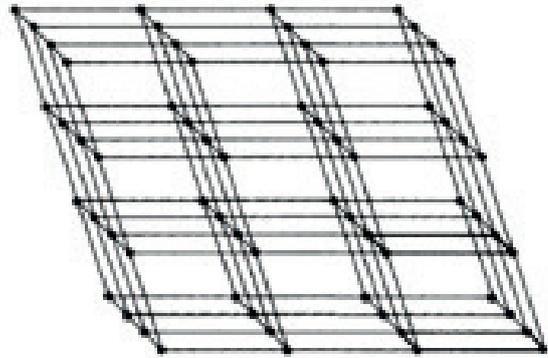


Figura 1. Enrejado de puntos (Distribución periódica de partículas)

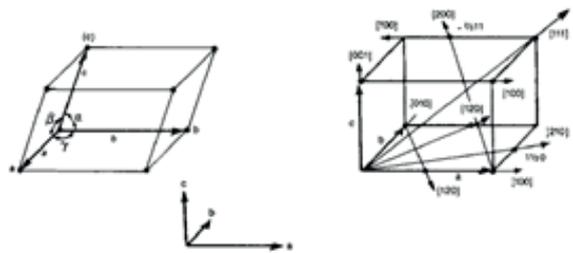


Figura 2. Dimensiones espaciales y parámetros de red de un cristal

El cristal de sacarosa es de tipo monoclinico, es decir con tres ejes desiguales, dos ángulos iguales y uno desigual ( $a \neq b \neq c$ ;  $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$ ) (ibid., p. 33).

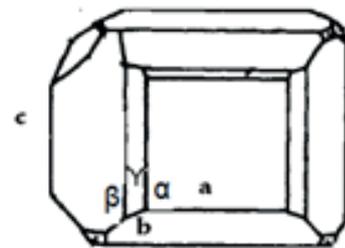


Figura 3. Estructura monoclinica del cristal de sacarosa

## IMPERFECCIONES EN LA ESTRUCTURA CRISTALINA DE SACAROSA

Se ha visto que dentro la estructura interna de cristales, las moléculas poseen una ubicación precisa respectiva. Cuando esta estructura es afectada por medio de algún componente extraño, el cristal empieza a mostrar imperfecciones, lo cual se hace evidente.

Las causas pueden ser diversas. Así por ejemplo, si un átomo extranjero (o la molécula en un cristal molecular) está presente en el enrejado de cristal, ésta falla es conocida como falla química; en este caso el átomo extranjero puede estar presente en un sitio de

enrejado habiendo sustituido a un átomo en la estructura, lo cual se llama impureza sustituta. El átomo extranjero también puede estar presente en el cristal quedando bien entre los átomos en el enrejado, lo cual se llama en este caso, impureza intersticial. Ambas clases de impurezas pueden causar que los átomos en el cristal sean desplazados ligeramente desde la impureza hacia nuevas posiciones, desarticulando o rompiendo el enrejado perfecto. El desplazamiento de los átomos causa una tirantez al cristal (Myerson, 2002, p. 41).

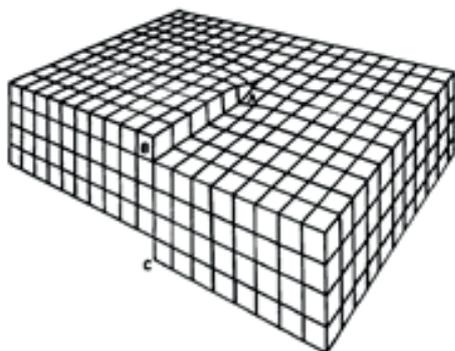


Figura 4. Imperfección de una estructura cristalina

## NUCLEACIÓN

La cristalización de la solución puede considerarse como un proceso de dos pasos. El primer paso es la separación de fases, o “nacimiento”, de nuevos cristales. El segundo paso es el crecimiento de estos cristales a tamaños mayores. Estos dos procesos se conocen como nucleación y crecimiento de cristales, respectivamente. El análisis de los procesos de cristalización industrial requiere el conocimiento tanto de la nucleación como del crecimiento de los cristales (Knight, 1967, pág. 30-31).

En esencia, se requiere una solución sobresaturada para que ocurra la cristalización. Una solución sobresaturada no está en equilibrio. Con el fin de aliviar la sobresaturación y avanzar hacia el equilibrio, la solución cristaliza.

Una vez que comienza la cristalización, sin embargo, la sobresaturación puede ser aliviada por una combinación de nucleación y crecimiento de cristales. Es la relación entre el grado de nucleación y el crecimiento cristalino que controla el tamaño del cristal del producto y la distribución del tamaño, y es, por lo tanto, un aspecto crucial de los procesos de cristalización industrial. El análisis de la cristalización industrial requiere cierta información sobre la cinética de ambos procesos.

Las soluciones sobresaturadas presentan una zona metaestable en la que la nucleación no suele ser espontánea. Cuando se aumenta la sobresaturación, eventualmente se alcanzará una sobresaturación en la que la nucleación se produce espontáneamente. Esto se conoce como límite metaestable. Una definición termodinámica precisa del límite metaestable es el lugar de puntos dónde

$$\frac{\partial^2 G}{\partial^2 x} = 0$$

Este conjunto de puntos se conoce como la curva espinodal y marca el límite entre la región metaestable (dónde la nucleación y el crecimiento de los cristales son la fase de separación de mecanismos) y la región inestable (dónde la separación de fases se rige por un fenómeno conocido como descomposición espinodal). En las soluciones líquidas es desafortunado penetrar alguna vez muy lejos en la región metaestable. Existe una zona metaestable efectiva para la mayoría de las soluciones húmedas que no está próxima a la curva espinodal. Esta zona metaestable eficaz se mide a menudo en el laboratorio y se utiliza para definir una zona de trabajo para procesos de cristalización industrial. La verdadera zona metaestable es mucho mayor. El conocimiento de la anchura de la zona metaestable es importante en la cristalización porque ayuda a entender el comportamiento de nucleación de cada sistema, y en particular en la cristalización de la sacarosa. El ancho de la zona metaestable depende del historial de la solución (cómo se hizo y almacenó), de la velocidad de enfriamiento empleada y de las impurezas presentes (incluyendo el polvo y la suciedad).

A continuación, se muestran los diferentes mecanismos de la nucleación:

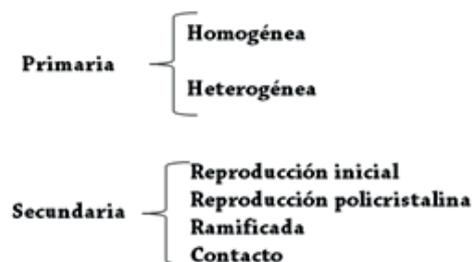


Figura 5. Diferentes mecanismos de nucleación

La nucleación primaria se produce en ausencia de superficies cristalinas, mientras que la nucleación secundaria implica la participación activa de estas superficies. La nucleación homogénea rara vez ocurre en la práctica, sin embargo, forma la base de varias teorías de nucleación. La nucleación heterogénea suele ser inducida por la presencia de impurezas disueltas. La nucleación secundaria implica la presencia de cristales y su interacción con el entorno (paredes de cristalización, impulsores, etc.).

## OBJETIVOS

### OBJETIVO GENERAL

Plantear balances de materia para el proceso de cristalización de azúcar, para conocer el estado del cocimiento y agotamiento del licor madre en cualquier instante de tiempo.

**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Describir brevemente la estructura cristalina de la sacarosa.  
 Realizar balances de materia global en el tacho de cocimiento.  
 Aplicar balances por componentes, de brix, sacarosa, y color, en la masa cocida.

**MÉTODO**

**PROCESO DE CRISTALIZACIÓN**

Considerando la cristalización como un proceso cinético de reacción, donde la fuerza impulsora es el grado de sobresaturación, pueden distinguirse dos etapas bien diferenciadas. En una primera etapa, las moléculas de sacarosa en solución tienen que difundirse hasta el cristal y una vez llegadas hasta su superficie deben ser incorporadas dentro su estructura reticular.

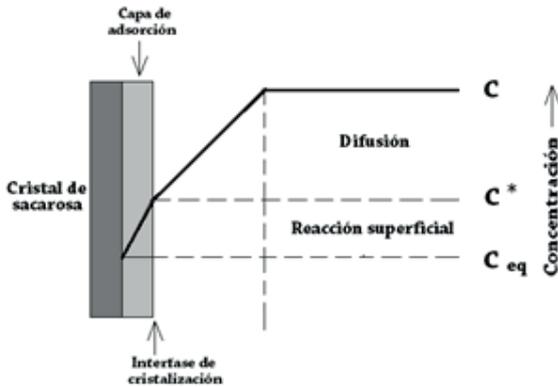


Figura 6. Etapas de difusión y reacción durante la cristalización

**PROCESO DE DIFUSIÓN:**

$$\frac{dm}{dt} = k_D A (C - C^*) \quad (1)$$

**PROCESO DE REACCIÓN SUPERFICIAL**

$$\frac{dm}{dt} = k_R A (C^* - C_{eq}) \quad (2)$$

Dónde:

- m = Masa de cristal formado (kg)
- A = Área de superficie de cristalización (m<sup>2</sup>)
- C, C\*, C<sub>eq</sub> = Concentración de la solución, de la interface, y de equilibrio,

respectivamente (kg/m<sup>3</sup>)

K = Constante, o tasas de difusión (D) y reacción (R) (m/h)

dm = Tasa o velocidad de cristalización (kg/h)  
 dt

Combinando las anteriores

$$\frac{dm}{dt} = k_G A (C - C_{eq}) \quad (3)$$

$$K_G = \frac{(K_D * K_R)}{(K_D + K_R)} \quad (4)$$

Por otra parte, los factores de forma estudiados por Lionnet (Rein, 2012: 417), deducen que la relación entre el área superficial del cristal de sacarosa y su masa es la siguiente:

$$A = 0,044 m^{2/3} \quad (5)$$

Entonces se tiene:

$$\frac{dm}{0,044 m^{2/3}} = K_G (C - C_{eq}) dt$$

Integrando:

$$\log m = 3 \log K'_G + 3 \log t \quad (6)$$

**BALANCES DE MASA EN LA CRISTALIZACIÓN**

Inicialmente la cristalización se lleva a cabo en los tachos de cocimiento, llamados de forma más precisa, evapocristalizadores. Estos equipos trabajan de manera discontinua, produciendo cristales de sacarosa a partir de los materiales con los cuales se alimenta.

Los productos de alimentación dependen de la etapa o característica del sistema de cocimiento seleccionado; en este estudio se llamará de manera genérica “licor de alimentación” a la solución principal que contiene las moléculas de sacarosa disueltas, es decir el material proveedor de sacarosa cristalizable. Por otro lado, se encuentra la materia contenedora de núcleos sobre los cuales, a través del proceso de difusión, se adherirán las moléculas requeridas; a este material se conoce como “semilla”, y a la acción de inocular estos núcleos al evapocristalizador se conoce como “ensemillar”.

El trabajo del evapocristalizador, a partir de los materiales citados, da como resultado un material nuevo, más denso y rico en sacarosa, llamado “masa cocida”. Este producto consiste en una mezcla de los cristales formados y el licor madre restante aún sin cristalizar.

Resulta importante entonces verificar el progreso de la cristalización en períodos regulares de tiempo, realizando un seguimiento a las cantidades de materiales presentes en la masa cocida. Para ellos se recurrirá a balances elementales de materia en el tacho de cocimiento.

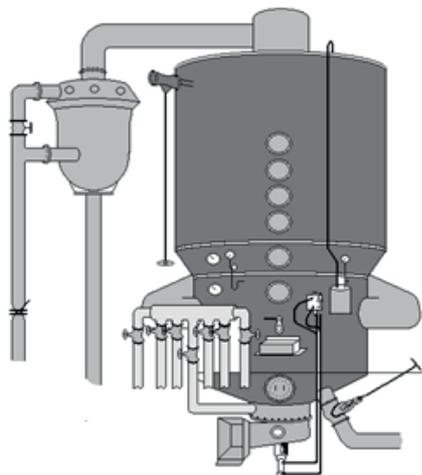
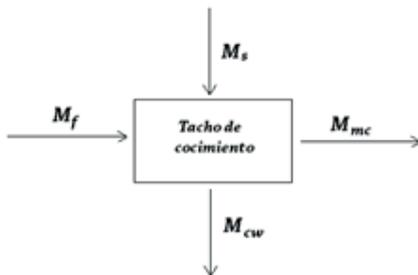


Figura 7. Tacho de cocimiento, o evaporocristalizador

En cualquier instante de tiempo, la masa cocida  $M_{mc}$ , se calcula como sigue:



$$M_{mc} = M_f + M_s - M_{cw} \quad (7)$$

Dónde:

$M_{mc}$  = Masa de la masa cocida (kg)

$M_f$  = Masa de licor de alimentación (kg)

$M_s$  = Masa de semilla (kg)

$M_{cw}$  = Masa de agua evaporada (kg)

Puesto que la masa de semilla  $M_s$  aplicada para la siembra se encuentra en suspensión en el tacho de cocimiento, ésta es insignificamente pequeña comparada con la masa cocida  $M_{mc}$ , por ello puede desprejarse en la anterior ecuación, quedando simplemente como:

$$M_{mc} = M_f - M_{cw} \quad (8)$$

A su vez, durante el proceso de cristalización, según se adelantó líneas atrás, la masa cocida consiste de una mezcla de licor madre  $M_{ML}$  y cristales  $M_c$ :

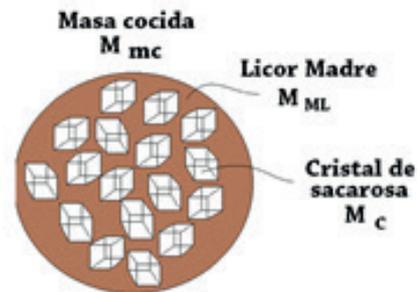


Figura 8. Composición física de la masa cocida

Entonces, haciendo un balance global de masa en un instante de tiempo dado:

$$M_{mc} = M_{ML} + M_c \quad (9)$$

Dónde:

$M_{ML}$  = Masa de licor madre

$M_c$  = Masa de cristales formados

Para determinar  $M_{ML}$  y  $M_c$  es necesario recurrir a balances de Brix, sacarosa e incluso de color. Luego, haciendo balances por componentes:

### BALANCE DE BRUX (BX)

Debido a que el cristal consta de sacarosa y cantidades muy pequeñas de impurezas y agua puede, puede suponerse un Brix de 100%. Entonces, realizando el respectivo balance en la anterior ecuación se tiene:

$$M_{mc} * Bx_{mc} = M_{ML} * Bx_{ML} + M_c * 100 \quad (10)$$

Combinando las anteriores ecuaciones, eliminando  $M_c$ :

$$M_{mc} \left( \frac{Bx_{mc}}{100} - 1 \right) = M_{ML} \left( \frac{Bx_{ML}}{100} - 1 \right) \quad (11)$$

Por tanto:

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( \frac{Bx_{mc}}{100} - 1 \right)}{\left( \frac{Bx_{ML}}{100} - 1 \right)} \quad (12)$$

De esta manera, determinando  $M_{ML}$  a partir de la anterior ecuación, es posible también determinar la masa total de cristales formados  $M_c$  en determinado instante, toda vez que la masa de masa cocida  $M_{mc}$  es un dato previamente conocido.

### BALANCE DE SACAROSA

El balance de sacarosa se obtiene del mismo modo que el balance de brix, debiendo utilizarse en este caso  $Pol_{ML}$  y  $Pol_{mc}$  como fracciones de sacarosa contenida en el licor madre y la masa cocida respectivamente. De igual manera puede considerarse el cristal de sacarosa puro, es decir  $Pol_c=100\%$ . Entonces:

$$M_{mc} * Pol_{mc} = M_{ML} * Pol_{ML} + M_C * 100 \quad (13)$$

Eliminando  $M_C$ :

$$M_{mc} \left( \frac{Pol_{mc}}{100} - 1 \right) = M_{ML} \left( \frac{Pol_{ML}}{100} - 1 \right) \quad (14)$$

Por tanto:

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( \frac{Pol_{mc}}{100} - 1 \right)}{\left( \frac{Pol_{ML}}{100} - 1 \right)} \quad (15)$$

**BALANCE DE COLOR**

El color es una magnitud física que expresa la absorbancia A de una muestra en función del Brix de la misma. Este fenómeno se produce debido a que la muestra problema está constituida por pigmentos, sustancias fenólicas y otros componentes con la capacidad de absorber la luz blanca, con su correspondiente atenuación. El color ICUMSA se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$C = Color\ ICUMSA = \frac{A}{\circ Bx \rho l} 1000 \quad (16)$$

Dónde:

- A = Absorbancia (au)
- $\circ Bx$  = Brix corregido de la solución (g sólidos/100 g solución)
- $\rho$  = Densidad de la solución (g/ml)
- l = Longitud de la celda (cm)

En consecuencia, aplicando el balance de color, considerando  $Bx_c=100$ :

$$M_{mc} C_{mc} \frac{Bx_{mc}}{100} = M_{ML} C_{ML} \frac{Bx_{ML}}{100} + M_C C_C \quad (17)$$

$$M_{mc} C_{mc} \frac{Bx_{mc}}{100} = M_{ML} C_{ML} \frac{Bx_{ML}}{100} + C_C (M_{mc} - M_{ML}) \quad (18)$$

$$M_{ML} \left( C_{ML} * \frac{Bx_{ML}}{100} - C_C \right) = C_{mc} \frac{Bx_{mc}}{100} * M_{mc} - C_C M_{mc} \quad (19)$$

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( \frac{C_{mc} Bx_{mc}}{100} - C_C \right)}{\left( \frac{C_{ML} Bx_{ML}}{100} - C_C \right)} \quad (20)$$

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( \frac{C_{mc} Bx_{mc} - 100 C_C}{100} \right)}{\left( \frac{C_{ML} Bx_{ML} - 100 C_C}{100} \right)} \quad (21)$$

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( \frac{C_{mc} Bx_{mc}}{100} - C_C \right)}{\left( \frac{C_{ML} Bx_{ML}}{100} - C_C \right)} \quad (20)$$

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( \frac{C_{mc} Bx_{mc} - 100 C_C}{100} \right)}{\left( \frac{C_{ML} Bx_{ML} - 100 C_C}{100} \right)} \quad (21)$$

Finalmente:

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( 1 - \frac{C_{mc} Bx_{mc}}{100 C_C} \right)}{1 - \frac{C_{ML} Bx_{ML}}{100 C_C}} \quad (22)$$

**VELOCIDAD DE CRECIMIENTO DEL CRISTAL DE SACAROSA**

Para determinar la velocidad de crecimiento de un cristal de sacarosa producido, es necesario iniciar el análisis a partir de la geometría del mismo. Esto sugiere conocer sus dimensiones a fin de interpretar apropiadamente los mecanismos que implican su desarrollo.

En principio, la geometría del cristal de sacarosa permite distinguir dos dimensiones lineales claramente diferenciadas, la longitud L a lo largo de un eje b, y el ancho D a lo largo de un eje c como se muestra en la figura siguiente.

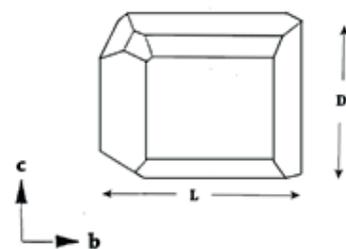


Figura 9. Geometría de un cristal de sacarosa

El factor determinante de la velocidad de crecimiento de los cristales es la superficie de contacto con el licor madre.

Para un cristal de tamaño L, su masa es igual al producto de su volumen por su densidad, y como el volumen, a su vez es proporcional al cubo de su tamaño, puede concluirse que la masa de un cristal es directamente proporcional al cubo de su tamaño. Entonces, asumiendo las condiciones constantes del proceso, se tiene:

$$m = k L^3 \quad (23)$$

Dónde:

m= Masa de cristal formado

k= Constante de proporcionalidad

Si se considera dos estados de desarrollo de un cristal durante su crecimiento:

$$\begin{aligned} \text{masa inicial} &= m_1 = k L_1^3 \\ \text{masa final} &= m_2 = k L_2^3 \end{aligned}$$

La relación de masas del cristal en los dos estados de desarrollo, define su factor de crecimiento de masa:

$$f_m = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{y luego} \quad f_m = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^3$$

Siendo:

$$f_L = \frac{L_2}{L_1} = \text{factor de crecimiento lineal}$$

Entonces el factor de crecimiento de masa puede expresarse en función del factor de crecimiento lineal del cristal:

$$f_m = f_L^3 \quad (24)$$

La expresión anterior señala que cuando un cristal duplica su tamaño, es decir  $f_L=2$ , se verificará:

$$\begin{aligned} \text{tamaño inicial} &\dots\dots L_1 \\ \text{tamaño final} &\dots\dots 2L_1 \end{aligned}$$

De esta manera, el factor de crecimiento de su masa es:

$$f_m = \left(\frac{2L_1}{L_1}\right)^3 = 8$$

Esto significa que la masa final es ocho veces más grande, es decir que un cristal de 1 mm pesa ocho veces más que otro de 0,50 mm.

Por otro lado, si se considera un incremento infinitesimal de masa sobre (23), se tiene:

$$dm = 3 k L^2 dL \quad (25)$$

Y, por tanto, su velocidad de crecimiento será:

$$\frac{dm}{dt} = 3 k L^2 \frac{dL}{dt} \quad (26)$$

La ecuación anterior muestra que la velocidad de crecimiento de la masa de cristal es directamente proporcional al cuadrado de su tamaño, es decir de su superficie cristalina. Expresado de otra manera, cuanto más grande es el cristal, mayor es la rapidez con que crece su masa.

Para plantear el aumento o crecimiento relativo a la masa, bastará con dividir (26) entre (23),

$$\frac{dm}{m} = \frac{3 k L^2 dL}{k L^3}$$

De dónde resulta:

$$\frac{dm}{m} = 3 \frac{dL}{L} \quad (27)$$

La expresión anterior revela que el incremento relativo de masa es igual al triple del incremento relativo de su tamaño. Esto significa que, si un cristal aumenta su tamaño en un 10%, su masa habrá aumentado un 30%.

**EJEMPLO:**

Se tiene dos cristales de sacarosa, uno pequeño de  $L_1=20 \mu\text{m}$ , y otro más grande, de  $L_2=400 \mu\text{m}$ . Ambos cristales verificaron el mismo incremento de tamaño  $dL=2 \mu\text{m}$ . Determinar el aumento porcentual de sus respectivas masas.

Para el cristal pequeño

$$\frac{dm}{m} 100 = \frac{3 * 2}{20} 100 = 30\%$$

Para el cristal grande

$$\frac{dm}{m} 100 = \frac{3 * 2}{400} 100 = 1,5\%$$

En consecuencia, con el ejemplo, los cristales más pequeños crecerán más rápidamente que los más grandes, atenuando así en el curso de la cristalización, la diferencia normal de tamaños en la preparación de la semilla.

**RESULTADOS**

La cristalización de sacarosa es gobernada por dos procesos principales: de difusión y de reacción. Ambas se resumen en la ecuación siguiente:

$$\frac{dm}{dt} = k_G A (C - C_{eq}) \quad (3)$$

Obteniéndose finalmente:

$$\log m = 3 \log K'_G + 3 \log t \quad (6)$$

El balance de materia en un tacho de cocimiento, en instante de tiempo dado será:

$$M_{mc} = M_{ML} + M_C \quad (9)$$

El balance por componentes:

a) De Brix:

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( \frac{Bx_{mc}}{100} - 1 \right)}{\left( \frac{Bx_{ML}}{100} - 1 \right)} \quad (12)$$

b) De sacarosa:

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( \frac{Pol_{mc}}{100} - 1 \right)}{\left( \frac{Pol_{ML}}{100} - 1 \right)} \quad (15)$$

c) De color:

$$M_{ML} = \frac{M_{mc} \left( 1 - \frac{C_{mc} Bx_{mc}}{100 C_C} \right)}{1 - \frac{C_{ML} Bx_{ML}}{100 C_C}} \quad (22)$$

Respecto del crecimiento del cristal, la relación entre el factor de crecimiento de su masa, respecto del factor de crecimiento lineal es la siguiente:

$$f_m = f_L^3 \quad (24)$$

La relación entre el incremento relativo de masa de un cristal y su incremento relativo de su tamaño se explica a través de la expresión adjunta:

$$\frac{dm}{m} = 3 \frac{dL}{L} \quad (27)$$

## CONCLUSIONES

El contenido de cristales en pleno crecimiento puede ser determinado a través de balances de materia realizados en diferentes intervalos de tiempo. De esta manera pueden obtenerse resultados más precisos y confiables, hacer un seguimiento más cercano al proceso de cristalización y evaluar periódicamente el trabajo del tacho de cocimiento.

Asimismo, la aplicación de los balances propuestos podrá servir como apoyo para identificar ciertos problemas presentes durante la cristalización, por ejemplo, los provenientes debido a la presencia de impurezas o contaminación.

## REFERENCIAS

- Bhaskar S. (1998) Mixing and Crystallization. Tioman Island: University of Malaya.  
 Bird, R. Sterwrt, W. Lightfoot, E. (1982). Fenómenos de Transporte. Barcelona: Reverté  
 Chung, C. (2000). Handbook of Sugar Refining. New York: John Wiley & Sons.  
 Hugot, E. (1963). Manual para Ingenieros Azucareros. México: Continental.  
 Knight, C (1967). Cristalización de Líquidos sobreenfriados. México: Reverté.  
 Myerson A. (2002). Handbook of Industrial Crystallization. Boston: Butterworth  
 Payne J. (1982). Unit Operations in Cane Sugar Production. Amsterdam: Elsevier  
 Rein, P. (2012). Ingeniería de la caña de azúcar. Berlín: Bar